

绝密★启用前

2018 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

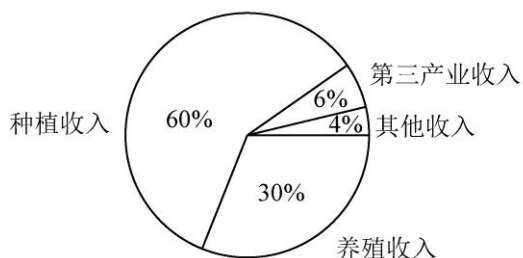
1. 已知集合 $A = \{0, 2\}$ ， $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B =$

- A. $\{0, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

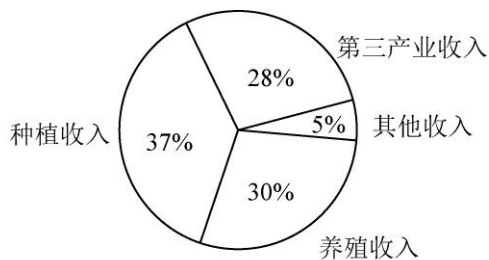
2. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则 $|z| =$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番。为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



建设前经济收入构成比例

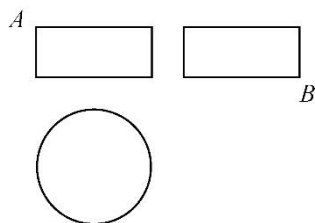


建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是

- A. 新农村建设后，种植收入减少
- B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半
4. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2, 0)$ ，则 C 的离心率为
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
5. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 ，过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，则该圆柱的表面积为
- A. $12\sqrt{2}\pi$ B. 12π C. $8\sqrt{2}\pi$ D. 10π
6. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为
- A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$
7. 在 $\triangle ABC$ 中， AD 为 BC 边上的中线， E 为 AD 的中点，则 $\overrightarrow{EB} =$
- A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
- C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
8. 已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$ ，则
- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π ，最大值为 3
- B. $f(x)$ 的最小正周期为 π ，最大值为 4
- C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π ，最大值为 3
- D. $f(x)$ 的最小正周期为 2π ，最大值为 4
9. 某圆柱的高为 2，底面周长为 16，其三视图如右图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A ，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B ，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路

径的长度为



A. $2\sqrt{17}$

B. $2\sqrt{5}$

C. 3

D. 2

10. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=2$, AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 30° , 则该长方体的体积为

A. 8

B. $6\sqrt{2}$

C. $8\sqrt{2}$

D. $8\sqrt{3}$

11. 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1, a)$, $B(2, b)$, 且

$$\cos 2\alpha = \frac{2}{3}, \text{ 则 } |a-b| =$$

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 1

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是

A. $(-\infty, -1]$

B. $(0, +\infty)$

C. $(-1, 0)$

D. $(-\infty, 0)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$, 若 $f(3) = 1$, 则 $a =$ _____.

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2 \leq 0, \\ x-y+1 \geq 0, \\ y \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____.

15. 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$, $b^2 + c^2 - a^2 = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $na_{n+1} = 2(n+1)a_n$, 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$.

(1) 求 b_1, b_2, b_3 ;

(2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并说明理由;

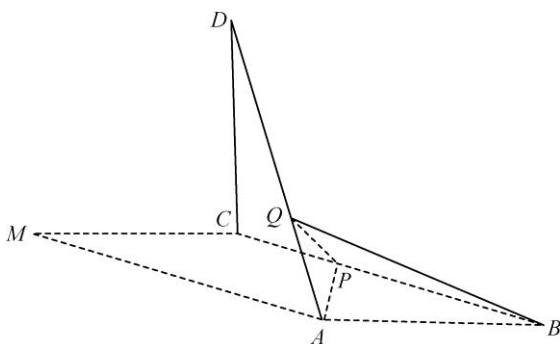
(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (12 分)

如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, $AB = AC = 3$, $\angle ACM = 90^\circ$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且 $AB \perp DA$.

(1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;

(2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BP = DQ = \frac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.



19. (12 分)

某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日

用水量数据，得到频数分布表如下：

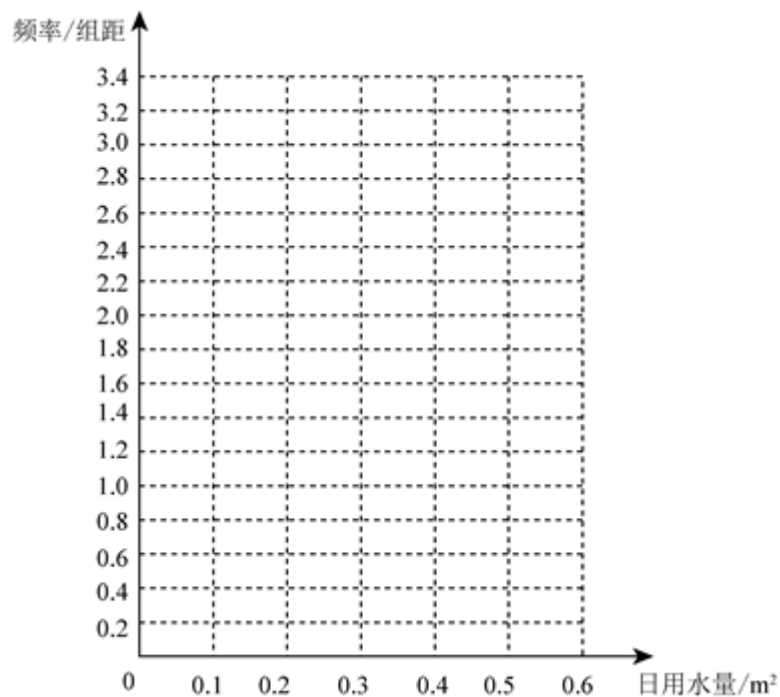
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	$[0, 0.1)$	$[0.1, 0.2)$	$[0.2, 0.3)$	$[0.3, 0.4)$	$[0.4, 0.5)$	$[0.5, 0.6)$	$[0.6, 0.7)$
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	$[0, 0.1)$	$[0.1, 0.2)$	$[0.2, 0.3)$	$[0.3, 0.4)$	$[0.4, 0.5)$	$[0.5, 0.6)$
频数	1	5	13	10	16	5

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图：



(2) 估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 0.35 m^3 的概率；

(3) 估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按 365 天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表。）

20. (12 分)

设抛物线 $C: y^2 = 2x$, 点 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$, 过点 A 的直线 l 与 C 交于 M , N 两点.

(1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 BM 的方程;

(2) 证明: $\angle ABM = \angle ABN$.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

(1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建

立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

23. [选修 4—5：不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;
- (2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.

绝密★启用前

2018 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案

一、选择题

- | | | | | | |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. C | 3. A | 4. C | 5. B | 6. D |
| 7. A | 8. B | 9. B | 10. C | 11. B | 12. D |

二、填空题

- | | | | |
|--------|-------|-----------------|---------------------------|
| 13. -7 | 14. 6 | 15. $2\sqrt{2}$ | 16. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ |
|--------|-------|-----------------|---------------------------|

三、解答题

17. 解: (1) 由条件可得 $a_{n+1} = \frac{2(n+1)}{n} a_n$.

将 $n=1$ 代入得, $a_2=4a_1$, 而 $a_1=1$, 所以, $a_2=4$.

将 $n=2$ 代入得, $a_3=3a_2$, 所以, $a_3=12$.

从而 $b_1=1$, $b_2=2$, $b_3=4$.

(2) $\{b_n\}$ 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列.

由条件可得 $\frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{2a_n}{n}$, 即 $b_{n+1}=2b_n$, 又 $b_1=1$, 所以 $\{b_n\}$ 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列.

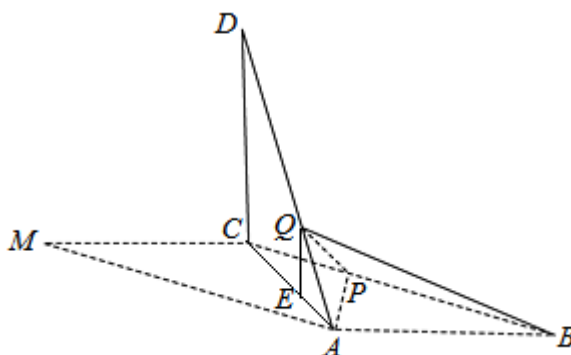
(3) 由 (2) 可得 $\frac{a_n}{n} = 2^{n-1}$, 所以 $a_n = n \cdot 2^{n-1}$.

18. 解: (1) 由已知可得, $\angle BAC = 90^\circ$, $BA \perp AC$.

又 $BA \perp AD$, 所以 $AB \perp$ 平面 ACD .

又 $AB \subset$ 平面 ABC ,

所以平面 $ACD \perp$ 平面 ABC .



(2) 由已知可得, $DC=CM=AB=3$, $DA=3\sqrt{2}$.

又 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$, 所以 $BP=2\sqrt{2}$.

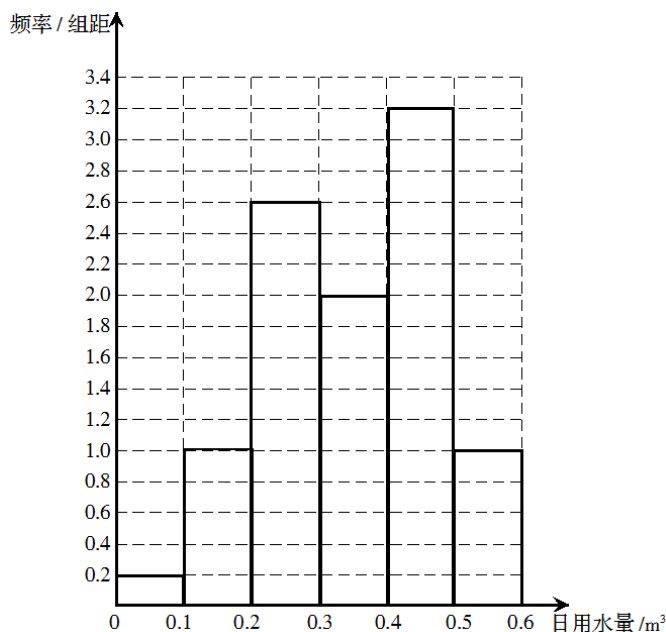
作 $QE \perp AC$, 垂足为 E , 则 $QE = \frac{1}{3}DC$.

由已知及 (1) 可得 $DC \perp$ 平面 ABC , 所以 $QE \perp$ 平面 ABC , $QE=1$.

因此, 三棱锥 $Q-ABP$ 的体积为

$$V_{Q-ABP} = \frac{1}{3} \times QE \times S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 2\sqrt{2} \sin 45^\circ = 1.$$

19. 解: (1)



(2) 根据以上数据, 该家庭使用节水龙头后 50 天日用水量小于 0.35m^3 的频率为

$$0.2 \times 0.1 + 1 \times 0.1 + 2.6 \times 0.1 + 2 \times 0.05 = 0.48,$$

因此该家庭使用节水龙头后日用水量小于 0.35m^3 的概率的估计值为 0.48.

(3) 该家庭未使用节水龙头 50 天日用水量的平均数为

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{50}(0.05 \times 1 + 0.15 \times 3 + 0.25 \times 2 + 0.35 \times 4 + 0.45 \times 9 + 0.55 \times 26 + 0.65 \times 5) = 0.48.$$

该家庭使用了节水龙头后 50 天日用水量的平均数为

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{50}(0.05 \times 1 + 0.15 \times 5 + 0.25 \times 13 + 0.35 \times 10 + 0.45 \times 16 + 0.55 \times 5) = 0.35.$$

估计使用节水龙头后, 一年可节省水 $(0.48 - 0.35) \times 365 = 47.45(\text{m}^3)$.

20. 解: (1) 当 l 与 x 轴垂直时, l 的方程为 $x=2$, 可得 M 的坐标为 $(2, 2)$ 或 $(2, -2)$.

所以直线 BM 的方程为 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 或 $y = -\frac{1}{2}x - 1$.

(2) 当 l 与 x 轴垂直时, AB 为 MN 的垂直平分线, 所以 $\angle ABM = \angle ABN$.

当 l 与 x 轴不垂直时, 设 l 的方程为 $y = k(x - 2) (k \neq 0)$, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 则 $x_1 > 0$, $x_2 > 0$.

$$\text{由 } \begin{cases} y = k(x - 2) \\ y^2 = 2x \end{cases} \text{ 得 } ky^2 - 2y - 4k = 0, \text{ 可知 } y_1 + y_2 = \frac{2}{k}, y_1 y_2 = -4.$$

直线 BM , BN 的斜率之和为

$$k_{BM} + k_{BN} = \frac{y_1}{x_1 + 2} + \frac{y_2}{x_2 + 2} = \frac{x_2 y_1 + x_1 y_2 + 2(y_1 + y_2)}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)}. \quad ①$$

将 $x_1 = \frac{y_1}{k} + 2$, $x_2 = \frac{y_2}{k} + 2$ 及 $y_1 + y_2$, $y_1 y_2$ 的表达式代入①式分子, 可得

$$x_2 y_1 + x_1 y_2 + 2(y_1 + y_2) = \frac{2y_1 y_2 + 4k(y_1 + y_2)}{k} = \frac{-8 + 8}{k} = 0.$$

所以 $k_{BM} + k_{BN} = 0$, 可知 BM , BN 的倾斜角互补, 所以 $\angle ABM = \angle ABN$.

综上, $\angle ABM = \angle ABN$.

21. 解: (1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = ae^x - \frac{1}{x}$.

由题设知, $f'(2) = 0$, 所以 $a = \frac{1}{2e^2}$.

$$\text{从而 } f(x) = \frac{1}{2e^2} e^x - \ln x - 1, f'(x) = \frac{1}{2e^2} e^x - \frac{1}{x}.$$

当 $0 < x < 2$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > 2$ 时, $f'(x) > 0$.

所以 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 单调递减, 在 $(2, +\infty)$ 单调递增.

(2) 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq \frac{e^x}{e} - \ln x - 1$.

设 $g(x) = \frac{e^x}{e} - \ln x - 1$, 则 $g'(x) = \frac{e^x}{e} - \frac{1}{x}$.

当 $0 < x < 1$ 时, $g'(x) < 0$; 当 $x > 1$ 时, $g'(x) > 0$. 所以 $x=1$ 是 $g(x)$ 的最小值点.

故当 $x > 0$ 时, $g(x) \geq g(1) = 0$.

因此, 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

22. 解: (1) 由 $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$ 得 C_2 的直角坐标方程为

$$(x+1)^2 + y^2 = 4.$$

(2) 由 (1) 知 C_2 是圆心为 $A(-1, 0)$, 半径为 2 的圆.

由题设知, C_1 是过点 $B(0, 2)$ 且关于 y 轴对称的两条射线. 记 y 轴右边的射线为 l_1 , y 轴左边的射线为 l_2 . 由于 B 在圆 C_2 的外面, 故 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点等价于 l_1 与 C_2 只有一个公共点且 l_2 与 C_2 有两个公共点, 或 l_2 与 C_2 只有一个公共点且 l_1 与 C_2 有两个公共点.

当 l_1 与 C_2 只有一个公共点时, A 到 l_1 所在直线的距离为 2, 所以 $\frac{|-k+2|}{\sqrt{k^2+1}} = 2$, 故 $k = -\frac{4}{3}$ 或 $k = 0$.

经检验, 当 $k = 0$ 时, l_1 与 C_2 没有公共点; 当 $k = -\frac{4}{3}$ 时, l_1 与 C_2 只有一个公共点, l_2 与 C_2 有两个公共点.

当 l_2 与 C_2 只有一个公共点时, A 到 l_2 所在直线的距离为 2, 所以 $\frac{|k+2|}{\sqrt{k^2+1}} = 2$, 故 $k = 0$ 或 $k = \frac{4}{3}$.

经检验, 当 $k = 0$ 时, l_1 与 C_2 没有公共点; 当 $k = \frac{4}{3}$ 时, l_2 与 C_2 没有公共点.

综上, 所求 C_1 的方程为 $y = -\frac{4}{3}|x| + 2$.

23. 解: (1) 当 $a=1$ 时, $f(x)=|x+1|-|x-1|$, 即 $f(x)=\begin{cases} -2, & x \leq -1, \\ 2x, & -1 < x < 1, \\ 2, & x \geq 1. \end{cases}$

故不等式 $f(x) > 1$ 的解集为 $\{x | x > \frac{1}{2}\}$.

(2) 当 $x \in (0,1)$ 时 $|x+1|-|ax-1| > x$ 成立等价于当 $x \in (0,1)$ 时 $|ax-1| < 1$ 成立.

若 $a \leq 0$, 则当 $x \in (0,1)$ 时 $|ax-1| \geq 1$;

若 $a > 0$, $|ax-1| < 1$ 的解集为 $0 < x < \frac{2}{a}$, 所以 $\frac{2}{a} \geq 1$, 故 $0 < a \leq 2$.

综上, a 的取值范围为 $(0,2]$.