

高考数学复习点拨：浅析求圆锥曲线离心率策略（一）

离心率相关：

椭圆的离心率为： $0 < e < 1$ ，越大越扁；

双曲线的离心率为： $e > 1$ ，越大开口越大；

抛物线的离心率为： $e = 1$ ；

第二定义： $\frac{|PF_1|}{d_1} = e$ ， $\frac{|PF_2|}{d_2} = e$ 。

相关公式：

1. 椭圆中： $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ ，双曲线中 $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$ ，

2. 焦半径公式：

椭圆： $|MF_1| = a + ex$ ， $|MF_2| = a - ex$ 双曲线： $|MF_1| = |a + ex_1|$ ， $|MF_2| = |a - ex_1|$

（符号口诀：绝对值内看焦点，左加右减；去绝对值看分支，左负右正）

3. 焦点三角形： $e = \frac{\sin F_1PF_2}{\sin F_1F_2P + \sin PF_1F_2}$

离心率历年来是圆锥曲线客观题的考查重点，常以选择题或解答题第一问的形式出现。离心率是刻画圆锥曲线性质的一个重要几何量，它揭示了 a, b, c 之间的关系。对于求圆锥曲线离心率的问题，通常有两类：一是求椭圆和双曲线的离心率；二是求椭圆和双曲线离心率的取值范围，对大多数学生来说是难度不大。

例：直接求出 a, c ，求解 e 。

已知圆锥曲线的标准方程或容易求出 a, c ，可直接用离心率公式 $e = \frac{c}{a}$ 求解出来。

例 1. 已知椭圆的长轴为 6，焦距为 4，则该椭圆的离心率为_____。

【解析】：由题设： $2a = 6, 2c = 4$ ，则 $e = \frac{2c}{2a} = \frac{2}{3}$ 。

例 2. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \frac{4}{3}x$ ，则双曲线的离心率为_____。

【解析】由题意知双曲线的焦点在 x 轴上，由双曲线渐近线方程可得 $\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$ ，则由

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \frac{5}{3}.$$